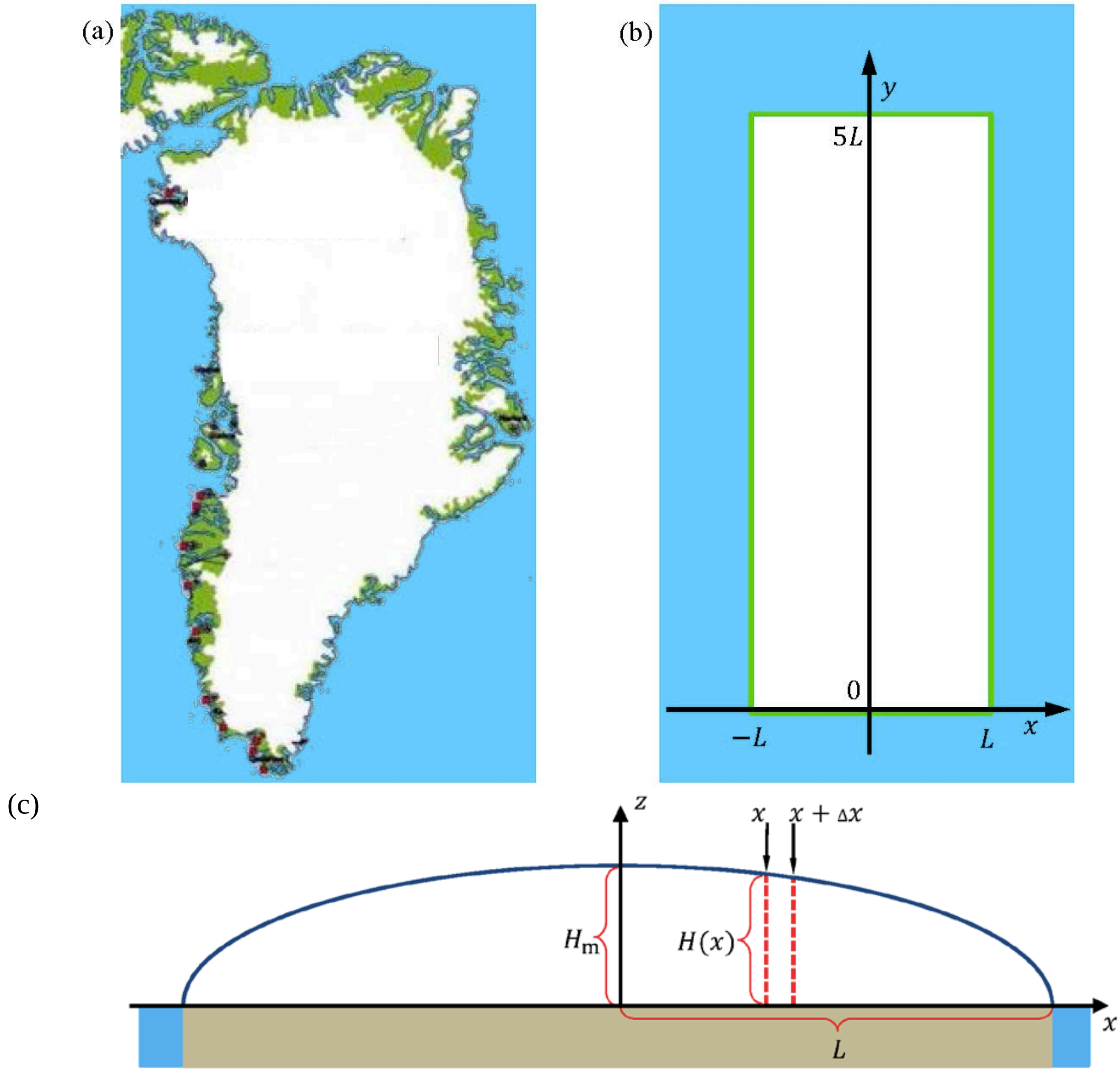
Bevezetés

Ez a feladat a grönlandi jégsapkáról, a világ második legnagyobb összefüggő jégtakarójáról szól, ami a 3.1(a) ábrán látható. Egyszerűsített modellünkben Grönlandot egy $2L$ szélességű és $5L$ hosszúságú téglalapnak tekintjük, ahol a földfelszín a tengerszinttel azonos magasságban van, és a területét teljes mértékben összenyomhatatlan jég borítja (a jég sűrűsége ρ_{ice}, állandó), ahogy a 3.1(b) ábra mutatja. A jégsapka $H(x)$ magassága nem függ az y-koordinátától, és a magasság nulláról a maximális H_{m} értékig nő, ahogy a parttól, ($x = \pm L$) a téglalap észak-déli felezővonaláig (az y-tengelyig, a „jégválasztóig") haladunk. Ez a magasságprofil a 3.1(c) ábrán látható.



3.1 ábra, (a) Grönland térképe, amelyen fehér szín mutatja a jégsapka kiterjedését, zöld a jégmentes parti területeket, és kék szín a környező óceánt. **(b)** A grönlandi jégsapka durva modellje; egy jéggel borított, $2L$ és $5L$ oldalú, xy-síkban fekvő téglalap. A jégválasztó vonal, azaz a jégsapka maximális, H_{m} magasságú gerince az y-tengely felett fekszik. **(c)** A jégsapka (xz-síkú) függőleges síkmetszete, melyen a jégtakaró $H(x)$ magasságprofilja látható (kék vonal). A $H(x)$ magasság független az y-koordinátától a teljes $0 < y < 5L$ tartományban, és hirtelen nulla értékre esik $y = 0$-ban és $y = 5L$-ben. A z-tengely jelöli a jégválasztó vonal helyét. Az érthetőség kedvéért az ábra függőleges irányú léptéke nagyobb a vízszintes léptéknél. A jég sűrűsége konstans, ρ_{ice}.

Két hasznos összefüggés

Ebben a részben felhasználhatod a következő integrált:

$$\int_0^1 \sqrt{1-x}\,\mathrm{d}x = \frac{2}{3}$$

és az $(1+x)^a \approx 1+ax$, közelítést, amely $|ax| \ll 1$ esetén érvényes.

A jégsapka magasságprofilja

Rövid időskálán a jégsapka egy összenyomhatatlan hidrosztatikai rendszer, melyben a $H(x)$ magasságprofil időben állandó.

3.1	Add meg a jégtakaró belsejében a $p(x,z)$ nyomást, mint a földfelszíntől (tengerszinttől) mért z magasság és a jégválasztó vonaltól mért x távolság függvényét! Hanyagold el a légköri nyomást!	0,3

Most tekints egy rögzített, egyensúlyban levő függőleges jégréteget, amely a kisméretű, vízszintes $\Delta x \Delta y$ alaplap fölött helyezkedik el, x és $x+\Delta x$ között, ahogy ezt a piros szaggatott vonalak mutatják a 3.1(c) ábrán! A Δy mérete nem számít. A jégréteg befelé és kifelé eső oldalának magasságkülönbsége miatt e két függőleges oldalon ható eredő erők vízszintes komponensei különböznek. Ezt a ΔF különbségét a vízszintes alaplapon ható $\Delta F = S_\mathrm{b}\,\Delta x \Delta y$ súrlódási erő kompenzálja, amelyet a földfelszín fejt ki a $\Delta x \Delta y$ területű alapra, ahol $S_\mathrm{b} = 100$ kPa.

3.2a	Igazold, hogy rögzített x esetén, ha $\Delta x \to 0$, akkor $S_\mathrm{b} = kH\,\mathrm{d}H/\mathrm{d}x$, és add meg k-t!	0,9
3.2b	Vezesd le a magasságprofilt megadó $H(x)$ kifejezést a ρ_ice, g, L, S_b valamint a jégválasztótól mért x távolság függvényében! Az eredményből látható, hogy a jégsapka H_m legnagyobb magassága a $H_\mathrm{m} \propto L^{1/2}$ egyenlet szerint skálázódik az L félszélességgel.	0,8
3.2c	Határozd meg azt a γ kitevőt, ami szerint a jégsapka teljes V_ice térfogata skálázódik a téglalap alakú sziget A területével, $V_\mathrm{ice} \propto A^\gamma$!	0,5

A jégsapka dinamikája

Hosszabb időskálán a jég egy viszkózus, összenyomhatatlan folyadék, amely a gravitáció hatására a középső résztől a tengerparti rész felé áramlik. Ebben a modellben a $H(x)$ jégprofil stacionárius alakja dinamikusan valósul meg; a középső területeken hóesés hatására növekvő jégmennyiséget a part mentén bekövetkező hóolvadás kompenzálja. A jégsapka alakjával kapcsolatban továbbra is használjuk a 3.1(b) és (c) ábrán szereplő egyszerűsítéseket, és még alkalmazzuk a következő feltevéseket is modellünkben:

1) A jég az xz-síkban áramlik, és a jégválasztó vonaltól (y-tengelytől) távolodik.
2) Középen a hóesések miatti jégképződés c sebessége (méter/év) állandó.
3) A jég csak a partmenti $x = \pm L$ területeken, olvadás útján hagyja el a szigetet.
4) A jég áramlási sebességének $v_x(x) = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ vízszintes (x-) komponense a z magasságtól független.
5) A jég áramlási sebességének $v_z(z) = \mathrm{d}z/\mathrm{d}t$ függőleges (z-) komponense x-től független.

Vizsgáld csak azt a $|x| \ll L$ középső tartományt a jégsapka tetején, ahol a jégtakaró vastagsága alig változik, közel állandónak tekinthető, azaz $H(x) \approx H_\mathrm{m}$.

3.3	A tömegmegmaradást használva határozd meg a jég áramlásának $v_x(x)$ vízszintes sebességkompnensét a c, x, és H_m mennyiségek függvényében!	0,6

A jég összenyomhatatlanságának feltevéséből, (tehát abból, hogy a jég ρ_ice sűrűsége állandó), és a tömegmegmaradásból az alábbi összefüggés következik a jég áramlási sebességének komponenseire:

$$\frac{dv_x}{dx} + \frac{dv_z}{dz} = 0.$$

3.4	Add meg, hogyan függ a jégfolyam sebességének $v_z(z)$ függőleges komponense a z magasságtól!	0,6

Egy kis jégdarab, amely kezdetben a jégfelszín (x_i, H_m) pontjában található, az idő múlásával a jégáram részeként egy $z(x)$ pályán (trajektórián) mozog az xz függőleges síkban.

3.5	Vezesd le ennek a pályának a $z(x)$ egyneletét!	0,9

Kor és éghajlat indikátorok a mozgó jégsapkában

A jégfolyam $v_x(x)$ és $v_z(z)$ sebességkomponensei alapján megbecsülhető egy adott $H_\mathrm{m} - z$ mélységben található jégdarab $\tau(z)$ kora.

3.6	Vezesd le a közvetlenül a jégválasztónál ($x = 0$), az alapkőzettől mért z magasságban található jégdarab $\tau(z)$ korát!	1,0

Grönland jégtáblájának mélyére fúrva az egymásra fagyott múltbéli hórétegeken áthatoló jégmagok (hosszú, henger alakú jégtömb) emelhetők ki. Az ilyen jégmagok analizálásával feltárhatók a múltbeli éghajlatváltozások, melyek egyik legjobb indikátora a $\delta^{18}\mathrm{O}$ mennyiség, amit a

$$\delta^{18}\mathrm{O} = \frac{R_\mathrm{ice} - R_\mathrm{ref}}{R_\mathrm{ref}} \, 1000 \text{ ‰}$$

kifejezés definiál, ahol $R = [^{18}\mathrm{O}]/[^{16}\mathrm{O}]$ jelöli az oxigén két stabil izotópjának, az $^{18}\mathrm{O}$-nak és az $^{16}\mathrm{O}$-nak a relatív gyakoriságát. Az R_ref referenciaérték az Egyenlítő környéki óceáni vizekben található izotóp-összetételen alapszik.

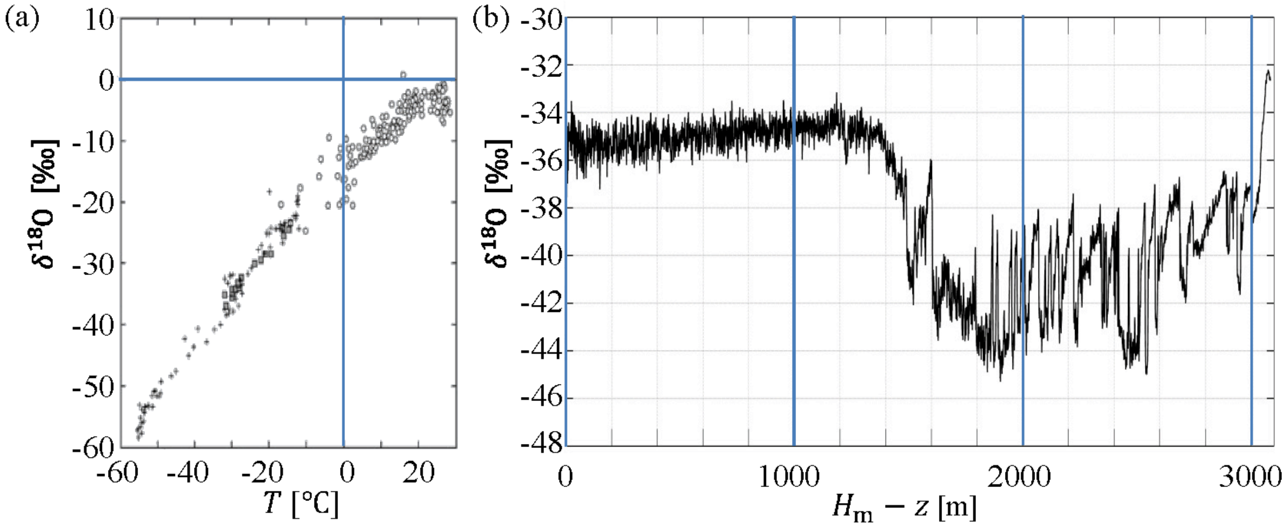


Figure 3.2 (a) A hóban mérhető $\delta^{18}\mathrm{O}$ érték és az adott évi átlagos felszíni T hőmérséklet megfigyelt kapcsolata. **(b)** A $\delta^{18}\mathrm{O}$ érték a jég felszínétől mért $H_\mathrm{m} - z$ mélység függvényében egy, a jégválasztónál kiemelt ($H_\mathrm{m} = 3060$ m), a felszíntől az alapkőzetig érő jégmag esetén.

A grönlandi megfigyelések szerint a hórétegekben a $\delta^{18}\mathrm{O}$ érték jó közelítéssel lineárisan változik a hőmérséklettel (lásd a 3.2(a) ábrát). Feltéve, hogy ez az összefüggés mindig igaz volt, egy jégmagból $H_\mathrm{m} - z$ mélységben nyert $\delta^{18}\mathrm{O}$ érték jó becslést szolgáltathat a Grönland környékén ezelőtt $\tau(z)$ idővel uralkodó T hőmérséklet értékére.

Egy 3060 m hosszú grönlandi jégmagon végzett $\delta^{18}\mathrm{O}$ mérések kimutatták, hogy 1492 m mélységben a $\delta^{18}\mathrm{O}$ érték hirtelen ugrik (3.2(b) ábra), jelezve az utolsó jégkorszak végét. A jégkorszak 120 000 éve kezdődött (ez az időpont 3040 m-es mélységnek felel meg), a jelenlegi jégkorszak-közti időszak pedig 11 700 éve kezdődött (ami 1492 m mélységnek feleltethető meg). Tegyük fel, hogy ez a két időszak különböző jégképződési sebességgel írható le: c_ia (ice age, jégkorszak) és c_ig (interglacial age, jégkorszak-közti időszak). Feltehetjük azt is, hogy H_m értéke állandó volt az utóbbi 120 000 évben.

3.7a	Határozd meg a c_ia és c_ig jégképződési sebességeket!	0,8
3.7b	A 3.2. ábra adatait felhasználva határozd meg a jégkorszakból a jégkorszak utáni időszakba történő átmenetkor bekövetkezett hőmérsékletváltozást!	0,2

Tengerszint-emelkedés a grönlandi jégsapka olvadása miatt

A grönlandi jégtakaró teljes elolvadása az óceánok vízszintjének globális emelkedéséhez vezetne. E szintemelkedés durva becsléseként egyszerűen feltehetjük, hogy a Föld óceánjainak teljes felületén, $A_\mathrm{O} = 3.61 \times 10^{14}\ \mathrm{m}^2$-en, mindenhol ugyanannyival emelkedik meg a vízszint.

3.8	Számítsd ki a grönlandi jégtakaró teljes elolvadása esetén bekövetkező átlagos vízszintemelkedést, ha annak jelenlegi területe $A_\mathrm{G} = 1.71 \times 10^{12}\mathrm{m}^2$ és $S_\mathrm{b} = 100\ \mathrm{kPa}$!	0,6

A nagy tömegű grönlandi jégsapka gravitációsan vonzóerőt fejt ki a környező óceánra. Ha a jégtakaró elolvad, ez a lokális dagály megszűnik és Grönland közelében a tengerszint lesüllyed. Ez az effektus részben ellensúlyozza az előbb kiszámolt szintemelkedést.

A gravitációs vonzás vízszintre gyakorolt hatása nagyságának megbecsléséhez modellezzük a grönlandi jégtakarót egy földfelszínen elhelyezkedő, a teljes grönlandi jégtakaróval megegyező tömegű pontszerű testtel! Koppenhága a Föld felszíne mentén mérve 3500 km-re fekszik ettől a pontszerű testtől. Feltehető, hogy a Föld a pontszerű test nélkül gömbszimmetrikus és egész felszínét, $A_\mathrm{E} = 5.10 \times 10^{14}\mathrm{m}^2$-t óceán borítja. A Föld forgásából származó minden effektus elhanyagolható.

3.9	A modell keretein belül határozd meg a $h_\mathrm{CPH} - h_\mathrm{OPP}$ különbséget, azaz a tengerszintek különbségét Koppenhága (h_CPH) és a Grönlanddal a földátmérő mentén átellenben (azaz a Grönlandtól legtávolabb) lévő földrajzi pont (h_OPP) között!	1,8