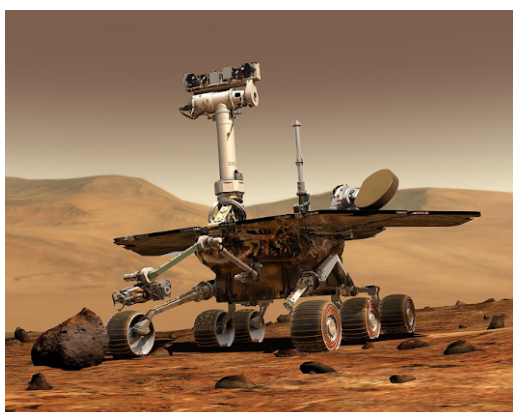
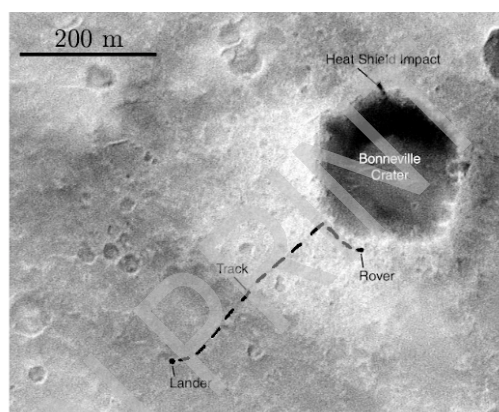


Homokkráterek és dűnék (10,0 pont)

A NASA Spirit nevű rovere (1.(a) ábra) 2004-ben szállt le a Marsra, hogy tanulmányozza annak geológiáját és a víz lehetséges jelenlétét. A leszállóhelyet (1.(b) ábra) különböző méretű kráterek és homokdűnék vették körül. A küldetés során a rovernek el kellett kerülnie, hogy a Mars homokdűnéi között elakadjon.



(a)

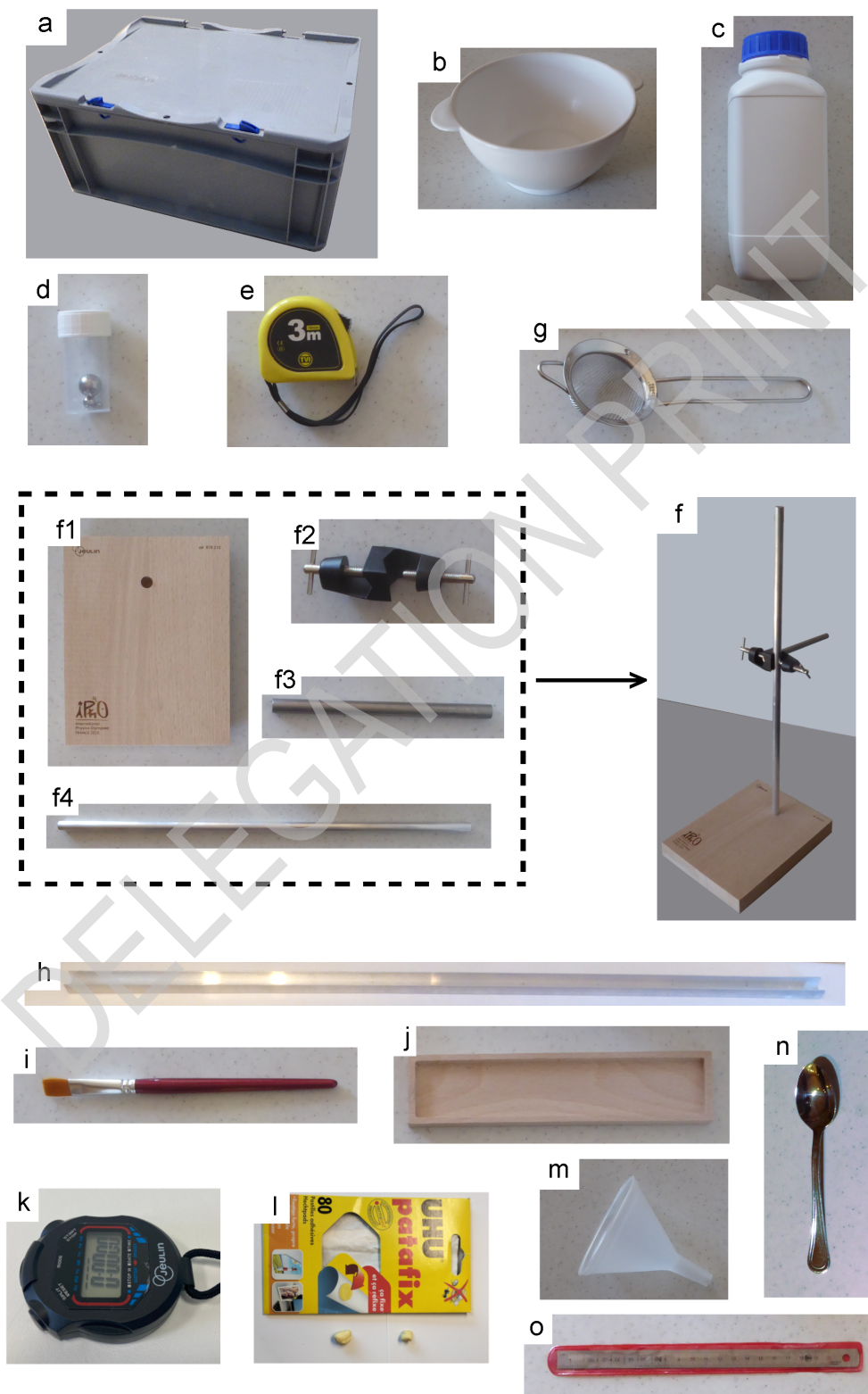


(b)

1. ábra a) A Spirit művészi ábrázolása. (b) A rover leszállóhelye a Marson a 200 m-es méretskálával.

A probléma két független részből áll: A (kráterképződés) és B (homokcsapda), amelyeket tetszőleges sorrendben megoldhatunk. Az eszközök a **2. ábrán** láthatóak, és a következőkben listázzuk azokat.

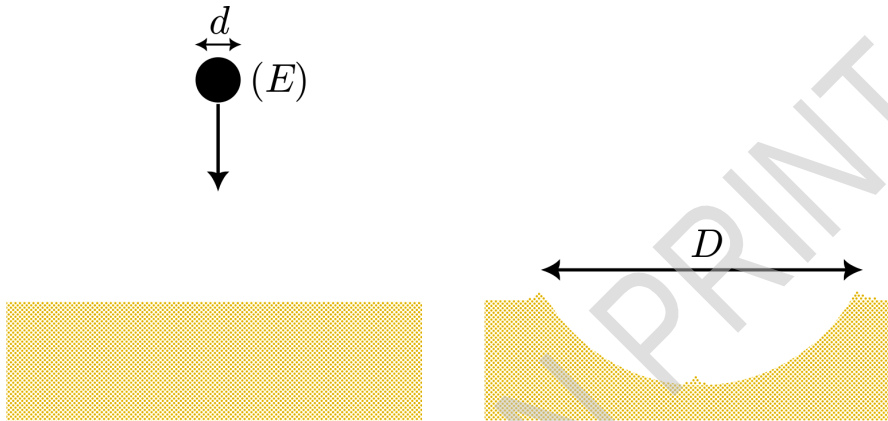
- (a) Műanyag doboz, melyből ki kell pakolni az eszközöket. Az üres doboz arra szolgál, hogy a kísérletek során összegyűjtsük a kiömlő homokot.
- (b) Tál.
- (c) Flakon homokkal.
- (d) Hat acélgolyó egy téglában. Négy különböző átmérőben, a három legkisebb egyforma.
- (e) Mérőszalag.
- (f) Tartószerkezet, amely egy gumilábakkal ellátott fa lemezből, (f1), egy függőleges rúdból (f4), egy szorítócsavarból (f2) és egy vízszintes rúdból (f3) áll. A különböző elemeket a képen látható módon kell összeszerelni.
- (g) Szita, amellyel megtalálhatjuk a kis golyókat, ha azok elvesznének a homokban.
- (h) Egy 1 m hosszú alumínium sín.
- (i) Ecset a sín és golyó megtisztításához.
- (j) Fapálya.
- (k) Stopperóra.
- (l) Ragasztópaszta.
- (m) Tölcsér, amellyel a homokot visszatölthetjük a flakonba.
- (n) Kanál.
- (o) Vonalzó.



2. ábra. Fénykép az eszközökről.

A. Becsapódási kráterek

A Marson a meteoritok becsapódásából származó kráterek D átmérője 10 m és több száz km között változik. Különböző modellek megjósolják, hogy a D átmérő hogyan függ a becsapódási paramétereiktől: a meteorit d átmérőjétől, és E energiájától (3. ábra).



3. ábra. Kráterképződés.

Modell 1: D csak a golyó d átmérőjétől függ.

$$D = c_1 d, \quad (1)$$

ahol c_1 egy dimenziótlan szám, amely független az E energiától.

Modell 2: a meteorit az E energiájával arányos térfogatú anyagot mozgat meg. Ez a modell azt jósolja, hogy a D arányos $E^{1/3}$ -nal.

$$D = c_2 E^{1/3} \quad (2)$$

ahol a c_2 paraméter független E -től és d -től.

Model 3: E a kráter anyagának kilökődésére fordítódik, ezen modell szerint:

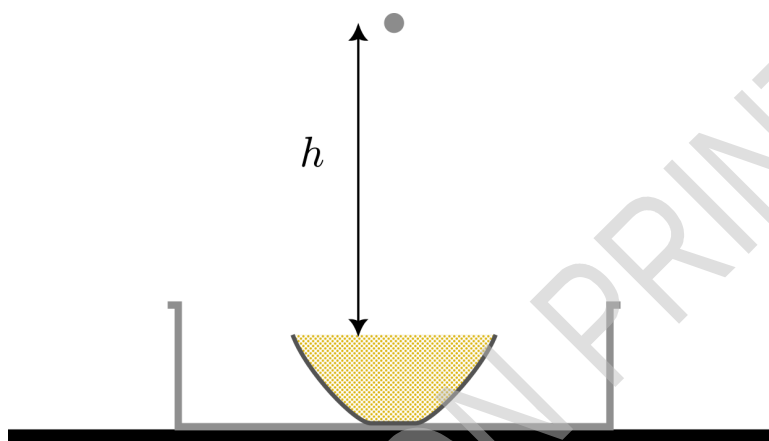
$$D = c_3 E^{1/4} \quad (3)$$

ahol a c_3 paraméter független E -től és d -től.

Az alábbiakban megvizsgáljuk, hogy melyik modell írja le helyesen a centiméteres méretű kráterképződési folyamatokat. A meteoritok szerepét különböző d átmérőjű és m tömegű acélgolyók töltik be, amelyek sűrűsége $\rho_a = 7.8 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ (lásd az eszközlista d) pontját).

1. golyó	$d_1 = 2.0 \text{ mm}$	$m_1 = 0.033 \text{ g}$
2. golyó	$d_2 = 5.0 \text{ mm}$	$m_2 = 0.51 \text{ g}$
3. golyó	$d_3 = 9.0 \text{ mm}$	$m_3 = 3.0 \text{ g}$
4. golyó	$d_4 = 16.0 \text{ mm}$	$m_4 = 17 \text{ g}$

A homokkal **(c)** töltött tálat **(b)** a kiürített műanyag dobozba **(a)** helyezzük, amely segít összegyűjteni a felesleges homokot. A tálat teljesen megtöltjük homokkal, és a felületét a vonalzó élével **(o)** gondosan kiegyenlítjük. Kerüljük a homok tömörítését. A golyó megfelelő pozícióból történő elengedéséhez használhatjuk a rúddal és a rögzítő csavarral **(f)** felszerelt állványt. A rudat arra használhatjuk, hogy a golyót a tál közepe fölött engedjük el, és mérőszalag **(e)** segítségével lemérjük a h esési magasságot.



4. ábra. Kráterképződés kísérleti elrendezése.

Engedd el a 3. golyót $h = 50\text{cm}$ magasságból, és mérd meg a keletkezett kráter D átmérőjét. Ismételd meg a kísérletet 5 alkalommal. Minden egyes becsapódás után lazítsd fel a homokot a kanállal **(n)**, és óvatosan simítsd le a felszínét a vonalzó élével, anélkül, hogy tömöríted a homokot. Ha szükséges, használd a szitát **(g)**, hogy megtaláld a golyót, ha az elveszett a homokban.

A.1 Eredményeidet foglald táblázatba, és határozd meg a D kráterátmérőt annak mérési hibájával. 0.6pt

Az esés során a légellenállási erő:

$$F = \frac{1}{8} \pi d^2 \rho_0 C_x v^2 \quad (4)$$

ahol v a golyó sebessége, $\rho_0 \approx 1.2\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, a levegő sűrűsége és C_x egy dimenziótlan, egységnyi nagyságrendű állandó.

A légellenállási erő elhanyagolható, ha a golyót egy adott $h_{\max}$ maximális ejtési magasságnál kisebb magasságból engedik el. A maximális ejtési magasságot úgy határozzák meg, hogy a légellenállási erő az esés során végig a golyó súlyánál 10 %-kal kisebb marad.

A.2 Határozzuk meg a $h_{\max}$ maximális ejtési magasságra vonatkozó elméleti kifejezést. Számítsuk ki a $h_{\max}$ értékét numerikusan a négy rendelkezésre álló golyóra. 0.5pt

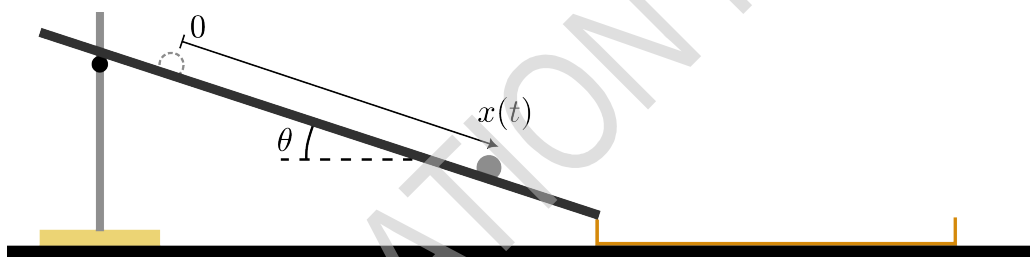
Vizsgáljuk meg kísérletileg a D és a E közötti kapcsolatot, hogy összehasonlítsuk a bevezetőben bemutatott három különböző kráterképződési modellt. Határozzuk meg, hogy az exponens változik-e a vizsgált energiatartományban. Ennek érdekében végezzünk mérősortozatot a golyók különböző magasságból történő elejtésével. Az energiák széles tartományát vizsgáljuk. A golyókat akár $h = 2\text{m}$ magasságból is le lehet ejteni, hogy nagy energiaértékeket érjünk el, miközben az **A.2.** pontban meghatározott feltételt kielégítjük. Minden paraméterválasztás mellett végezz három mérést, és számold ki a D érték átlagát.

A.3 Foglald táblázatba eredményeidet: a golyó tömege m , az esés magassága h , a becsapódási energia E és a kráter átmérője D . 1.7pt

A.4 Ábrázold eredményeidet logaritmikus vagy lineáris milliméterpapíron. Rajzolj fel erre három egyenest, melyek az 1., 2. és 3. modellek elméleti előrejelzését írják le. Állapítsd meg, hogy a három elméleti modell közül, melyik írja le helyesen a kísérletet. 1.2pt

B. Gurulás és fékezés homokban

Öt évvel a leszállás után a Spirit marsjáró végleg megfeneklett egy marsi dűne homokjában. A homokban való gördülés különösen kritikus, mivel a szemcsék mozgása sok energiát nyel el. Ebben a feladatban a homokban guruló golyó fékezését tanulmányozzuk. A kezdetben nyugalomban lévő golyót először felgyorsítjuk egy θ hajlásszögű sín segítségével, majd egy homokágyon lelassítjuk.



5. ábra. Ferde sín (h) a fából készült pályával kombinálva (j).

A golyó mozgása a sín mentén

A 4. golyót kezdeti sebesség nélkül engedjük el a sín egy tetszőleges pontjából (h), amelyet a lejtővel párhuzamos x -tengely ($x = 0$) origójának választunk (5. ábra). Jelölje a $x(t)$ a golyó helyét az idő függvényében. Az m tömegű és d átmérőjű golyó tehetetlenségi nyomatéka a középpontján áthaladó tengelyre vonatkoztatva $J = md^2/10$. A v sebességgel mozgó, ω szögsebességgel forgó golyó K kinetikus energiája:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2. \quad (5)$$

Feltételezzük, hogy a golyó csúszás nélkül gördül a sínen, és elhanyagoljuk az energiaveszteséget.

B.1 Fejezd ki a golyó x pozícióját a t idő, a θ szög és a g nehézségi gyorsulás segítségével. 0.4pt

A sín egyik vége (h) a fából készült pálya (j) szélén nyugszik, amely ekkor még homokmentes. A sín másik végét az állvány(f) támasztja alá oly módon, hogy az a vízszinteshez képest $\theta = 5^\circ$ dőlésszöget zárjon be. Ügyelj arra, hogy ezt a beállítást gondosan végezd el. A sít (mindkét oldalon) ragasztó paszta (l) segítségével rögzítheted.

Egy stopperrel (k) mérjük meg azt a t_{50} -nel jelölt gurulási időt, amely megmondja, hogy a golyó mennyi idő alatt tesz meg $l = 50$ cm távolságot a sín mentén.

- B.2** Végezz 5 mérést, és add meg az eredményt a statisztikus hiba nagyságrendjével 0.7pt együtt.

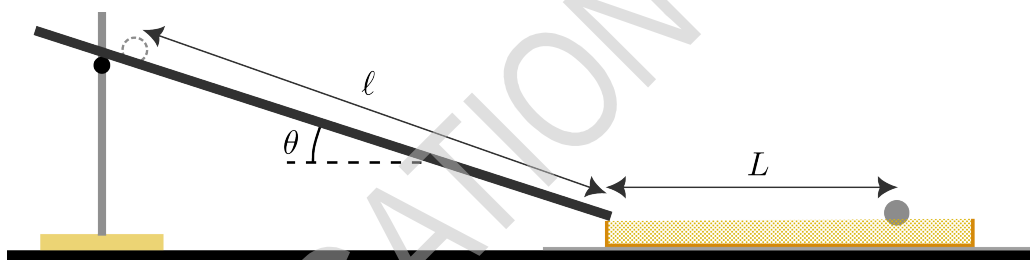
Mérd meg a t gurulási időket a statisztikus hiba nagyságrendjével legalább nyolc különböző ℓ gurulási hossz mellett.

- B.3** Foglald eredményeidet táblázatba. 0.8pt

- B.4** Ábrázold az eredményeket hibasávokkal, és igazold a **B.1.** kérdésnél megállapított összefüggést. A diagram alapján határozd meg a g nehézségi gyorsulás értékét annak hibájával együtt. 1pt

A golyó mozgása homokban

Ha a golyó a sínen ℓ távolságot tesz meg, akkor a homokban a golyó L (**6. ábra**) megtett út után megáll.



6. ábra. Az ℓ úton felgyorsult golyó L út megétele után áll meg.

A golyót a homokban a T közegellenállási erő lassítja le, amelynek két lehetséges oka is lehet:

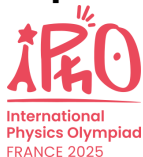
- **Modell #1 (száraz súrlódás):** A homok a csúszási súrlódáshoz hasonlóan állandó ellenállási erőt gyakorol a golyóra $T = -\mu_{\text{eff}}mg$, ahol μ_{eff} a golyó-homok effektív ellenállási együtthatója és m a golyó tömege.
- **Modell #2 (viszkózus ellenállás):** a közegellenállási erő lineárisan függ a golyó sebességétől, $T = -kv$ ahol k egy állandó és v a sebesség nagysága.

A célunk meghatározni, hogy melyik modell írja le legjobban a kísérletben megfigyelt fékezési viselkedést.

Ebben a részben a golyó homokban történő mozgása során azt tömegpontként modellezzük. Mivel a lejtő kis hajlásszögű, ezért a sínről a homokba történő átmenet során ott elhanyagolhatjuk az energia-veszteséget. Állapítsuk meg a L és a ℓ közötti elméleti összefüggést a két modell (száraz súrlódás vagy viszkózus ellenállás) esetében. Mindkét modell $L \sim \ell^\alpha$ alakú arányossághoz vezet, viszont az α exponens különböző értékű.

- B.5** Az 1. és 2. modell esetében is add meg a L és a ℓ közötti kapcsolatot, valamint az α értékét. 0.6pt

Experiment



Q2-7

Hungarian (Hungary)

Helyezzük a fából készült pályát (j) egy papírlapra. Töltsük meg a sít homokkal, és készítsünk egyenletes réteget, a felületet óvatosan simítsuk le a vonalzóval. Kerüljük el a homok tömörítését! Állítsuk be pontosan a sín szögét $\theta = 5^\circ$ -nak. Engedjük el a 4. golyót ($d_4 = 16.0\text{ mm}$) a ferde sínen úgy, hogy a sínen megtett távolság $l = 50\text{ cm}$ legyen.

Minden mérés előtt lazítsd fel a homokot a fapályán, és simítsd el a homok felszínét. Tisztítsd meg a sít az ecsettel (i). A kísérlet végén használd a papírlapot tölcserként, hogy a felesleges homokot visszatöltsd a flakonba.

B.6	Mérd meg az $l = 50\text{ cm}$ gurítási hosszhoz tartozó L_{50} homokban megtett utat. Végezz több mérést (legalább 5 mérést), hogy meghatározd a L_{50} értékét, valamint annak hibáját.	0.8pt
B.7	Végezz mérést legalább 8 különböző ℓ értékre ($\theta = 5^\circ$ mellett), ábrázold L értéket hibasávokkal az ℓ függvényében. Határozd meg, melyik javaslat írja le legjobban a T közegellenállási erőt.	1.5pt
B.8	A kiválasztott javaslat alapján add meg a μ_{eff} vagy k együttható értékét, amely a T közegellenállási erőt jellemzi.	0.2pt