

Általános utasítások

Elméleti forduló (30 pont)

2026. július 8.

A következő szabályok bármelyikének be nem tartása kizárást vonhat maga után. Az elméleti forduló 5 órás, és összesen 30 pontot lehet szerezni. A forduló kezdetét és végét bejelentés jelzi, valamint minden órában jelzik az eltelt időt. Ugyanez történik a verseny vége előtt harminc, tizenöt és öt perccel is.

A verseny előtt

A borítékokat csak utasításra nyithatod ki. Az asztalon a következő eszközök állnak rendelkezésre: (1) toll, (2) tudományos számológép.

A verseny alatt

- A kérdések megválaszolásához használd a rendelkezésre álló tollat.
- A végleges válaszokhoz használd a válaszlapokat (Answer Sheets). Töltsd ki a megfelelő rovatokat a válaszaiddal és a szükséges megjegyzésekkel. Csak a papír elülső oldalára írd. A papír hátoldalára írt szöveget nem szkennelik be, és így a javítók sem értékelik.
- A számításokhoz a **„WORKSHEET”** felirattal ellátott üres munkalapokat biztosítják. Erre a célra kizárólag a kijelölt munkalapokat használd. A felesleges válaszokat és az értékelésbe nem tartozó vázlatokat X-szel húzd át. **Csak az egyes lapok elülső oldalát használd, és hagyd szabad helyet a lap szélétől. A lapok hátoldalát nem szkennelik be, és azok tartalmát nem veszik figyelembe.**
- A válaszoknak tömörnek és olvashatónak kell lenniük. Használj egyenleteket, logikai operátorokat, szimbólumokat és ábrákat gondolataid világos kifejezéséhez. Kerüld a magyarázó szövegek használatát, mivel a javítók nem feltétlenül beszélnek több nyelven. **A válasz megadásakor nem feltétlenül szükséges az összes megadott mennyiséget felhasználni.**
- Ha nincs jelezve, akkor nem szükséges számszerűsíteni a válasz bizonytalanságát.
- Engedély nélkül nem hagyhatod el a helyedet. Ha segítségre van szükséged (például mosdóba menni, vizet inni stb.), emeld fel a „Help” feliratú táblát.

A verseny végén

- A verseny végének kihirdetésekor azonnal fejezd be az írást.
- Helyezd az összes lapot a rendelkezésre álló borítékba. Rendezd őket felfelé fordítva a következő sorrendben: Általános utasítások, Feladatlapok, Answer Sheets (válaszlapok), Worksheets (munkalapok). Rendezd ezeket oldalszám szerint.
- A felügyelők jelzik majd, mikor távozhatsz. Ne vigyél ki semmit a teremből, beleértve a számológépet is. Köszönjük az együttműködésedet.

Konkrét utasítások

A verseny során mindig az általános utasításokban megadott fizikai állandók értékeit használd, hacsak a feladat másképp nem jelzi. Számítások elvégzésekor mindig add meg a használt mennyiségek mértékegységeit.

Fizikai állandók

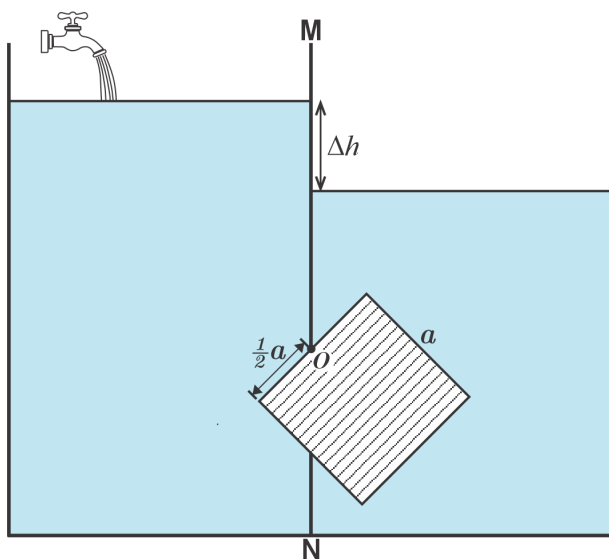
Néhány fizikai állandó értéke.

Állandó	Jelölés	Érték	Mértékegység
Fénysebesség vákuumban	c	$2,99792458 \times 10^8$	$m \cdot s^{-1}$
Planck-állandó	h	$4,135667696 \dots \times 10^{-15}$	$eV \cdot s$
Redukált Planck-állandó	$\hbar = h/2\pi$	$6,582119569 \dots \times 10^{-16}$	$eV \cdot s$
Avogadro-szám	N_A	$6,02214076 \times 10^{23}$	mol^{-1}
Boltzmann-állandó	k_B	$8,617333262 \times 10^{-5}$	$eV \cdot K^{-1}$
Egyetemes gázállandó	R	$8,31446261815324$	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$
Elemi töltés	e	$1,602176634 \times 10^{-19}$	$A \cdot s$
Univerzális gravitációs állandó	G	$6,67430(15) \times 10^{-11}$	$m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$
Stefan-Boltzmann-állandó	σ	$5,670374419 \times 10^{-8}$	$kg \cdot s^{-3} \cdot K^{-4}$
Vákuum permeabilitása	μ_0	$1,25663706127(20) \times 10^{-6}$	$kg \cdot m \cdot A^{-2} \cdot s^{-2}$
Vákuum permittivitása	ϵ_0	$8,8541878188(14) \times 10^{-12}$	$A^2 \cdot s^4 \cdot kg^{-1} \cdot m^{-3}$
Az elektron tömege	m_e	$5,1099895069(16) \times 10^{-5}$	eV/c^2
A proton tömege	m_p	$9,3827208943(29) \times 10^8$	eV/c^2
Atomi tömegegység	amu	$9,3149410372(29) \times 10^8$	eV/c^2

T1. Három feladat [10 pont]

Ez a kérdés három független feladatból áll.

T1-A. Hidrosztatikus kapu [3,0 pont]

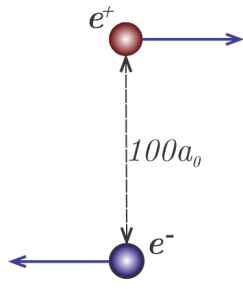


1. ábra a.

Két víztározót egy függőleges MN fal választ el, amint az az 1a ábrán látható. A bal oldali tározó vízellátást kap egy forrásból. Az a célunk, hogy a vízszintek közötti különbség ne legyen több, mint $\Delta h = 1,41$ m. Ennek eléréséhez az MN falon egy $a\sqrt{2}/2$ függőleges méretű nyílást vágunk, amelyet egy a élhosszúságú, tömör kocka alakú tömítéssel zárnak le. A tömítést alkotó anyag sűrűsége $3\rho_0$, ahol ρ_0 a víz sűrűsége. A tömítés teljesen víz alá merül, az O pontnál a falhoz rögzítették, és súrlódás nélkül képes elfordulni az ábrával párhuzamos síkra merőleges tengely körül, amely áthalad az O ponton.

T1-A1 [3,0 pont] Számítsd ki az a értékét, amely biztosítja, hogy a vízszintek közötti maximálisan megengedett különbség ne lépje túl a megadott értéket!

T1-B. Elektron-positron pár [3,5 pont]



1b. ábra

Egy adott kezdeti időpillanatban egy e^+ pozitron $100a_0$ távolságra helyezkedik el egy e^- elektrontól. A részecskék úgy mozognak, hogy sebességük a kezdeti időpillanatban párhuzamos és ellentétes irányú, amint az 1b. ábrán látható. Ismert, hogy mindkét részecskének a rendszer tömegközéppontjához viszonyított impulzusmomentuma $\mu\hbar$ nagyságú, ahol μ dimenzió nélküli szám. Tegyük fel, hogy az e^+ és e^- között egyedül elektrosztatikus kölcsönhatás lép fel. (mindkét részecske tömege m , és töltésük nagysága azonos, de előjelük ellentétes). Továbbá feltételezzük, hogy ez a rendszer mindvégig izolált marad, és a dinamika klasszikus (nem relativisztikus).

A Bohr-sugár a_0 értéke $a_0 = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/(me^2)$.

T1-B1 [1,0 pont] Ha $\mu = 4$, a rendszer kötött. Ez azt jelenti, hogy a részecskék zárt pályán mozognak a tömegközéppont körül. Határozd meg a maximális távolságot e^+ és e^- között a_0 egységekben kifejezve!

T1-B2 [2,5 pont]. Ha $\mu = \frac{15}{2}$, a rendszer nem kötött, vagyis a részecskék végtelen távolra képesek egymástól eltávolodni. Legyen $\vec{u}_\infty$ az e^+ sebessége az e^- -hez képest, amikor a köztük lévő távolság végtelenhez tart. Számítsd ki a szöget $\vec{u}_\infty$ és az e^+ kezdeti sebességének iránya között! Add meg a választ fokokban!

1. segítség: A kúpszelet pálya ε excentricitása jelen esetben a következőképpen adható meg:

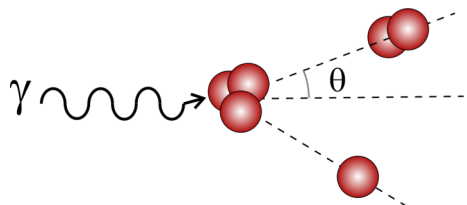
$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{4L^2E}{k^2e^4m}}$$

ahol E a teljes energia, L a teljes impulzusmomentum nagysága, és k Coulomb állandó, $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$.

2. segítség: A kúpszelet egyenlete polárkoordinátákban:

$$r = \frac{a}{1 - \varepsilon \cos(\theta)}$$

T1-C. Az ózon fotodisszociációja [3,5 pont]



1c. ábra

Egy ω körfrekvenciájú foton egy nyugalomban lévő O_3 ózonmolekulának ütközik, amely ennek hatására egy O_2 oxigénmolekulára és egy O oxigénatomra disszociál (szétesik), ahogy az 1c. ábrán látható. A foton elnyelődik ebben a folyamatban. Legyen U_i és U_f rendre az ózon és az oxigénmolekula alapállapotú energiája. Tegyük fel, hogy ez a rendszer elszigetelt marad, és dinamikája klasszikus (a potenciális energiák nem járulnak hozzá a tömeghez, és az oxigénatomok mozgása nem relativisztikus). Használd a $p = E/c$ összefüggést a foton impulzusának meghatározására, ahol E a foton energiája.

T1-C1 [2,5 pont]. Tegyük fel, hogy a kilépő O_2 impulzusa az érkező fotonhoz képest θ szöget zár be. Határozd meg a minimális $\omega_{\min}$ körfrekvenciát, amely szükséges ahhoz, hogy a disszociáció a megadott θ szögben bekövetkezhesen! Írd fel a választ $\hbar$, c , θ , $\Delta U = U_f - U_i$ és az oxigénatom m tömege segítségével.

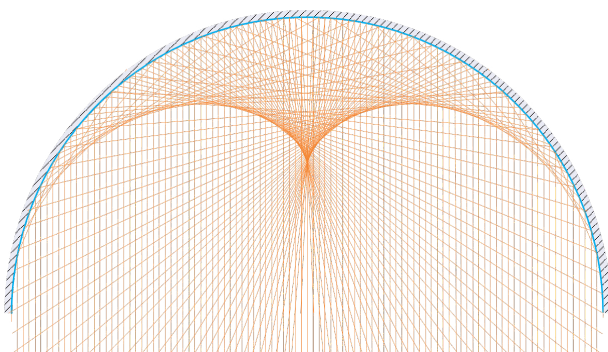
T1-C2 [1,0 pont]. Tegyük fel, hogy $\theta = \pi/6$. Számítsd ki $\hbar\omega_{\min} - \Delta U$ értékét! Add meg a választ elektronvoltban (eV). Legyen $\Delta U = 1,10$ eV és $m = 16,0$ amu értékű.

Segítség:

$$(1+x)^r = 1 + rx + \frac{r(r-1)}{2!}x^2 + \frac{r(r-1)(r-2)}{3!}x^3 + \dots$$

T2. Napfénnel főzni? [10 pont]

A fény visszaverődés vagy törés következtében alacsony és magas intenzitású régiókat és *kausztikákat* hozhat létre. A kausztikák végtelenül közeli fénysugarak metszéspontjából alakulnak ki. Példaként a 2a. ábra egy félhengeres tükörre párhuzamosan beeső sugarak által létrehozott kausztikát mutatja. A 2b. ábrán egy kávéscsésze alsó részén a fény visszaverődése által létrehozott kausztika fényképe látható. A kausztika legfényesebb, középső pontját *cusp*-nak (csúcsnak) nevezzük; ebben a pontban a fényintenzitás maximális.



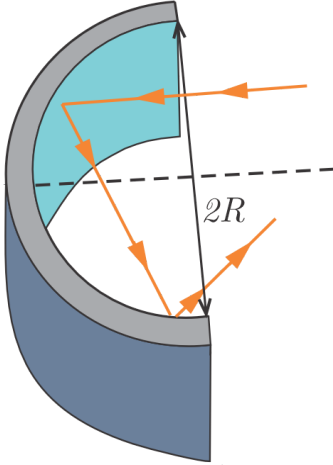
2a. ábra.



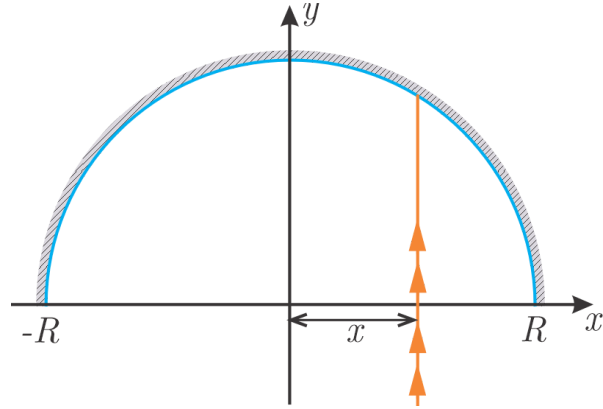
2b. ábra.

A kausztikának számos tudományos alkalmazása van a nagy pontosságú optikától és a kvantumoptikától kezdve az asztrofizikáig. Ebben a feladatban egy R sugarú félhenger tükörre való fényvisszaverődéskor kialakuló kausztikát vizsgáljuk, az elrendezés a 2c. ábrán látható. Emellett a tükör más felhasználását, például a *napelemes főzőben* való használatát is elemezzük.

A feladat során feltételezzük, hogy a beeső sugarak egy távoli, külső fényforrásból származnak, és párhuzamosak a tükör optikai tengelyével. A szimmetria miatt elegendő egy síkban vizsgálni a visszaverődést. A 2d. ábra egy ilyen síkot, a tükröt és a feladat során használt koordináta-rendszert mutatja.

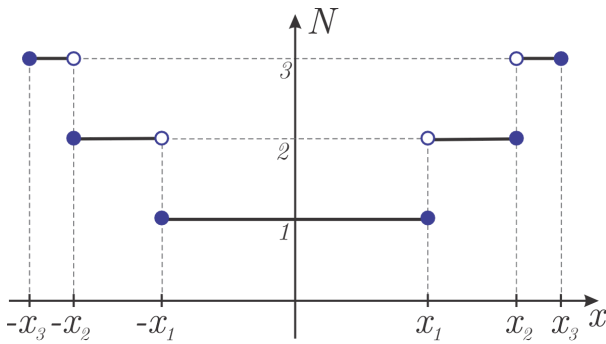


2c. ábra.



2d. ábra.

T2-A. Többszörös visszaverődések [1,5 pont]

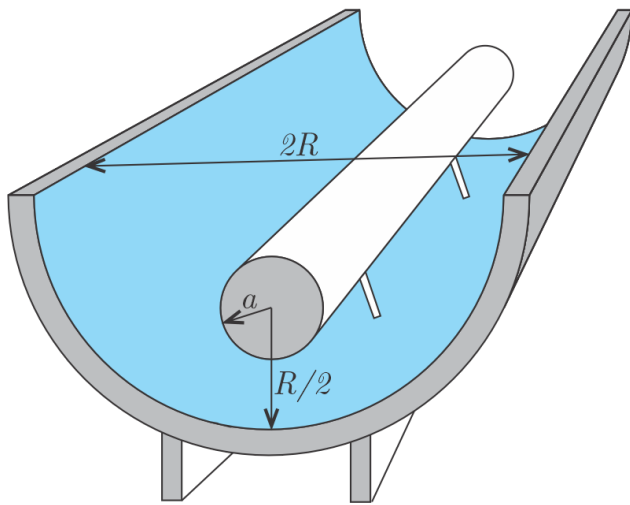


2e. ábra.

A 2e. ábra egy beeső sugár x koordinátája és a visszaverődések N száma közötti összefüggést mutatja $N = 3$ -ig. Miközben x az $(-R, R)$ intervallumon belül változik, N minden 1-nél nagyobb vagy egyenlő természetes számot felvesz. Az x_N jelöli az optikai tengelytől mért maximális távolságot, amelyen belül beeső sugár legfeljebb N -szer verődik vissza a tükörön.

T2-A1 [1,5 pont]. Add meg az $x_1, x_2, x_3, \dots$ végtelen sorozat x_N általános elemét, ami a legfeljebb N -szer visszaverődő fénysugarak tartományát határozza meg! Az eredményt R és N segítségével fejezd ki!

T2-B. Napkollektoros tűzhely [4,0 pont]



2f. ábra.

Tekintsünk egy félhenger tükörből és egy hengeres tartályból álló rendszert. A henger teljesen elnyeli a fényt: minden ráeső fénysugár elnyelődik. A tükör sugara R . A tartály sugara a . A tükör és a tartály tengelyei párhuzamosak. A tartály középpontja $R/2$ távolságra van a tükörtől a rendszer szimmetriasíkján, ahogy a 2f. ábra mutatja. A tükör a napsugárzást hasznosítja a tartályban lévő étel melegítésére. Tegyük fel, hogy a napfény állandó és egyenletes intenzitású (egységnyi felületre jutó teljesítmény), valamint a beeső fénysugarak párhuzamosak a tükör optikai tengelyével. Továbbá tegyük fel, hogy a olyan, hogy a henger által elnyelt sugarak legfeljebb egyszer verődnek vissza a tükörről. Legyen $\theta_{\max}$ az a maximális beesési szög (a beesési pontban rajzolt merőlegestől mérve), amelyhez tartozó visszavert fénysugár még eléri a tartályt.

T2-B1 [2,0 pont]. A konténer sugara $a = \alpha \sin(\theta_{\max}) + \beta \sin(2\theta_{\max})$ alakban adható meg. Határozd meg α és β értékét R függvényében!

Ha nem tudod kifejezni α -t és β -t, akkor a továbbiakban használd a fenti paraméteres kifejezést.

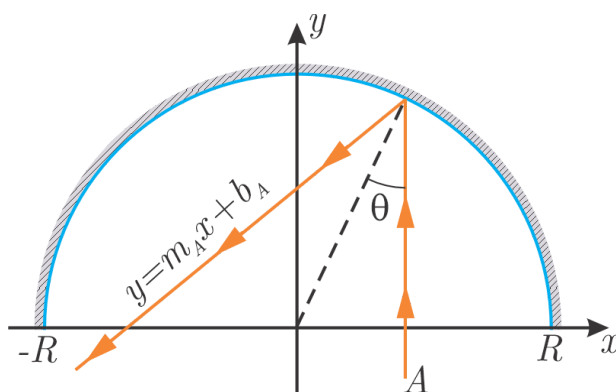
T2-B2 [1,5 pont]. Legyen P_0 az a teljesítmény, amelyet a henger akkor venne fel, ha nem lenne ott a tükör. Írd fel a P_0 és a ténylegesen felvett P teljesítmény P/P_0 arányát $\theta_{\max}$ függvényében!

T2-B3 [0,5 pont]. Ha $R = 1,0$ m, számítsd ki a értékét úgy, hogy $P = 5P_0$ legyen! A választ cm-ben add meg.

T2-C Kausztika és csúcspont [4,5 pont]

T2-C1 [0,5 pont]. Tekintsünk egy A sugarat, amely θ szögben esik a tükörrre, ahogy a 2g. ábrán látható. A 2g. ábrán definiált koordináta-rendszerben a visszavert sugár egyenlete $y = m_A x + b_A$. Add meg m_A és b_A értékét θ és R függvényében!

Útmutatás: az eredmény $m_A = K_1 \cot(K_2 \theta)$ és $b_A = R \frac{K_3}{\cos(K_4 \theta)}$ alakú, ahol K_i -k numerikus konstansok.



2g. ábra.

T2-C2 [2,0 pont]. Most tekintsünk egy B sugarat, amely párhuzamos A -val, és $\theta + \Delta\theta$ beesési szöggel esik a tükörrre, ahol $\Delta\theta \ll \theta$. A visszavert sugár egyenlete $y = m_B x + b_B$. Add meg m_B és b_B értékét θ , $\Delta\theta$ és R függvényében, $\Delta\theta$ -ban elsőrendben közelítve!

T2-C3 [1,0 pont]. Határozd meg az A és B sugarak visszaverődés utáni metszéspontjának (X_c, Y_c) koordinátáit! A választ R és θ függvényében add meg!

T2-C4 [1,0 pont]. Ha $\theta \ll 1$, akkor $Y_c = v|X_c|^{p/q} + u$. Add meg v és u értékét R függvényében, valamint határozd meg a p és q egész számok értékét (vagy add meg a p/q racionális számot)!

T3. Az abszolút nulla fok elérése [10 pont]

A hűtési ciklust olyan rendszerrel kell végrehajtani, amelynek jellemzői megfelelnek az elérni kívánt hőmérsékleteknek. Száz évvel ezelőtt, 1926-ban William Giauque kémikus, valamint – tőle függetlenül – Peter Debye fizikus javasolta a paramágneses sókat ideális rendszerként a hőmérséklet 1 K-nél jóval alacsonyabb szintre történő csökkentéséhez. Már a következő évtizedtől kezdve akár a 0,0044 K-es hőmérsékleteket is sikerült elérni (Wander de Haas és Gerrit Wiersma, 1935, Leiden Cryogenic Laboratories). Ebben a feladatban a paramágneses Carnot-hűtési ciklust fogod vizsgálni.

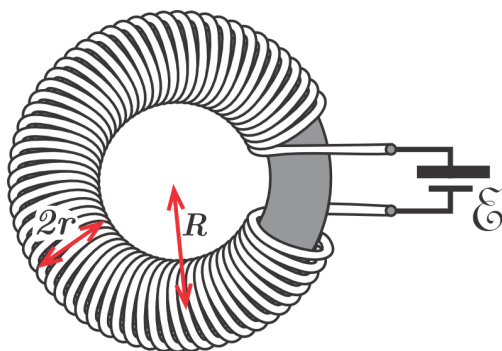


Fig. 3a.

Vegyünk egy homogén, izotróp paramágneses anyagból készült, R középkör sugarú és $2r$ körvastagságú tóruszt, amely köré egy szigetelt vezetőhuzal van tekerve. A huzal végei a 3a. ábrán látható módon egy külső feszültségforráshoz vannak csatlakoztatva. A vezeték ellenállása olyan kicsi, hogy a felmelegedéséből származó energiaveszteségeket elhanyagolhatjuk. A tekercselés sűrű, összesen N menetszámú, és feltételezzük, hogy $r \ll R$, így a $\vec{H}$ - és $\vec{B}$ -mezők, valamint az $\vec{M}$ mágnesezettség nagysága a tórusz egészében megközelítőleg állandó. Legyen V a tórusz térfogata, A pedig a keresztmetszete. A továbbiakban a Pm-T rövidítés a paramágneses tóruszt jelöli.

Paramágneses anyagokban az $\vec{M}$ párhuzamos a $\vec{H}$ -ral, és a következő összefüggés érvényes:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}.$$

Energiaátadás előjel-konvenciója: ebben a feladatban a munkát (W) és a hőt (Q) pozitívnak tekintjük, ha az előbbi a rendszeren végezzük, illetve az utóbbi a rendszerbe áramlik, és negatívnak, ha a rendszer végzi, vagy a rendszerből kiáramlik.

T3-A. Munka a Pm-T-ben [1,0 pont]

Segítség: mágneses anyagokban $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_C$, ahol I_C egy C zárt görbe által határolt területen átfolyó nettó szabad áram.

T3-A1 [0,2 pont]. Legyen H a $\vec{H}$ nagysága a tóruszban. Írd fel H -t N , A , V és a vezetékben áramló pillanatnyi I elektromos áram segítségével!

T3-A2 [0,6 pont]. Legyen dW_{emf} az a munka, amelyet a külső feszültségforrás végez annak érdekében, hogy a $\vec{B}$ nagyságát dB -vel megváltoztassa. Írd fel a dW_{emf} kifejezését V , H és dB segítségével!

T3-A3 [0,2 pont]. A feszültségforrás által végzett teljes dW_{emf} munka két részre osztható: az a dW_{vac} munkára, amelyet a mágneses mező megváltoztatásához kellene végezni, ha a toroidnak vákuummagja lenne, és a paramágneses anyagon végzett dW munkára. Írd fel a dW -t μ_0 , H , V és dM függvényében!

T3-B. Hő és hőmérséklet a Pm-T-ben [3,0 pont]

Az alábbi táblázat két termodinamikai rendszert hasonlít össze: az ideális gázt és a Pm-T-t. Használd fel ezeket az információkat és a T3-A3. kérdésre adott válaszodat a következő kérdések megoldásához. Ezeket az információk a C részben is használandók. Ha a T3-A3. kérdésben nem találtál megoldást a dW -re, akkor használhatod a $dW = \alpha V \mu_0 H dM$ képletet, ahol α egy szám. A paramágneses tórusz V térfogata állandó, így nyomásból származó munka nem keletkezik. Az alábbiakban a T minden esetben a hőmérsékletet jelöli.

IDEÁLIS GÁZ	PARAMÁGNESES TÓRUSZ
Állapotjelzők: P , V és a hőmérséklet T	Állapotjelzők: H , M és a hőmérséklet T
Állandók: R , γ és a molszám n	Állandók: K , λ és a mólok száma n
Állapotegyenlet: $PV = nRT$	Állapotegyenlet: $TMV = nKH$
Hőkapacitás állandó V esetén: $C_V = nR/(\gamma - 1)$	Hőkapacitás állandó M esetén: $C_M = n\lambda/T^2$
Bármely folyamatban az U belső energiára érvényes a következő egyenlet: $dU = C_V dT$	Bármely folyamatban az U belső energiára érvényes a következő egyenlet: $dU = C_M dT$

A K és a λ a tórusz anyagától függő állandók. A táblázatban szereplő egyenleteket bizonyítás nélkül közvetlenül felhasználhatod.

T3-B1 [1,5 pont]. Ha a $\vec{H}$ nagysága állandó T hőmérséklet mellett H_i -ről H_f -re változik, akkor a Pm-T és környezete között Q hőmennyiség áramlik át. Írd fel a Q értéket μ_0 , n , V , K , H_i , H_f és T segítségével!

T3-B2 [1,5 pont]. Ha a $\vec{H}$ nagysága adiabatikusan H_i -ről H_f -re változik, akkor a Pm-T hőmérséklete T_i -ről T_f -re változik. Írd fel a $\Delta T = T_f - T_i$ kifejezést μ_0 , V , n , K , λ , H_i , H_f és T_i segítségével!

T3-C. A Pm-T Carnot-hűtő [6,0 pont]

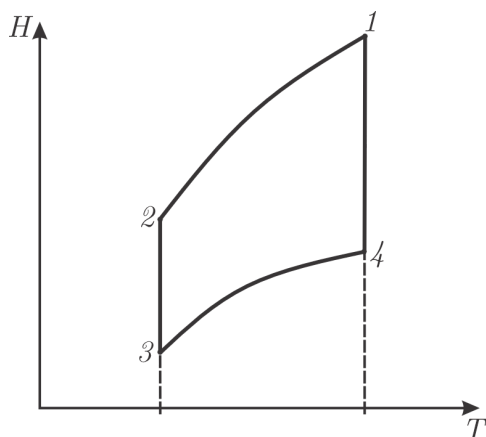


Fig.3b.

A Pm-T által végrehajtott $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ Carnot-hűtőciklus H - T diagramját a 3b. ábra mutatja. Ebben a ciklusban legyen:

T_h : a meleg hőtartály hőmérséklete,

T_c : a hideg hőtartály hőmérséklete,

Q_h : a meleg hőtartályba átadott hő abszolút értéke,

Q_c : a hideg hőtartályból elvont hő abszolút értéke.

T3-C1 [0,2 pont]. Jelöld meg a T_h és a T_c értékeket a H - T diagram T tengelyén! Jelöld meg továbbá azokat a folyamatokat is, amelyek során Q_h , illetve Q_c mennyiségű hőátadás történik!

T3-C2 [1,5 pont]. Legyen M_1 , M_2 , M_3 és M_4 az $\vec{M}$ nagysága e ciklus csúcspontjaiban. Írd fel M_1 -et M_2 , M_3 és M_4 segítségével!

T3-C3 [0,8 pont]. Tegyük fel, hogy 1,00 liter, kezdetben 1,00 K hőmérsékletű folyékony hélium lehűtéséhez 2,0 mol *kálium-kromátból* készült Pm-T-t használunk. Erre az anyagra $K = 1,87 \times 10^{-6} \text{ K} \cdot \text{m}^3/\text{mol}$, sűrűsége 2730 kg/m^3 , moláris tömege pedig $0,19 \text{ kg/mol}$. A Pm-T Carnot-hűtési ciklust hajt végre $H_1 = 411624 \text{ A/m}$, $H_2 = 311306 \text{ A/m}$, $H_3 = 204618 \text{ A/m}$ és $H_4 = 240446 \text{ A/m}$ értékekkel. Egy működési ciklus után számítsd ki a folyékony hélium végső hőmérsékletét! Tételezd fel, hogy a folyékony hélium esetében mind a $c = 100 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ értékű fajhője, mind a $\rho = 130 \text{ kg/m}^3$ értékű sűrűsége állandó marad.

T3-C4 [2,0 pont]. Egy állandó C_c hőkapacitású test hőmérsékletének folyamatos csökkentése érdekében Carnot-ciklusok zajlhatnak le az idő függvényében oly módon, hogy a hűtőberendezésnek átadott P teljesítmény állandó maradjon. Ekkor feltételezzük, hogy a meleg hőtartály T_h hőmérséklete állandó marad, és hogy minden működési ciklusban a hűtött test T_c hőmérséklete dT_c -vel csökken teljesítve a $dQ_c/dQ_h = T_c/T_h$ összefüggést. Ha $t = 0$ -kor $T_c = T_0$, határozd meg azt a t időtartamot, ameddig a Carnot-hűtőnek működnie kell ahhoz, hogy a hűtött test elérje a $T < T_0$ hőmérsékletet. A választ C_c , T_h , P , T_0 és T segítségével add meg.

T3-C5 [1,5 pont]. Egy hűtőgép hatékonyságát a $\text{COP} = Q_c/W$ *teljesítménytényezővel* jellemezzük. Határozd meg a T3-C4. kérdésben szereplő hűtőgép t idő alatt végrehajtott összes ciklusára vonatkozó COP-értéket! A választ T_0 , T_h és T segítségével add meg.