NEMZETKÖZI ELŐOLIMPIAI FIZIKAVERSENY
Szatmár, 2011. május 18-21.
Elméleti forduló – mechanika

Amit Newton nem tudott!

A Hold Föld körüli keringése mellett forgómozgást is végez saját tengelye körül. A két mozgás iránya megegyezik. A Föld-Hold gravitációs kölcsönhatás következtében a Hold középpontja az ábrán látható ellipszispályán mozog. Az ellipszis F_1 fókuszpontjában a Föld középpontja található. A kezdeti helyzetben a Hold középpontja egybeesik az ellipszis perigeumával (földközelpontjával). Egy bizonyos idő múlva a Hold középpontja az ellipszis L pontjába ér, miközben középpontjának $\vec{r}$ helyzetvektora θ szöggel fordult el. Eközben a Hold saját tengelye körül (ez a tengely merőleges az ábra síkjára) δ szöggel fordult el, az ábrának megfelelően. (A δ szög az a szög, amennyivel a referenciatengely elfordult a Hold pályasíkjában). Ennek megfelelően, a referenciatengely az ellipszis nagytengelyét egy, az ellipszis F_2 fókuszpontjának közelében található C pontban metszi.

Következtetés: miközben a Hold elmozdul a pályája mentén, a C pont az ellipszis nagytengelye mentén rezgőmozgást végez az F_2 körül, kiemelve ezáltal az F_2 fókuszpont szerepét, amelyről Newton nem tudott!

a) *Határozzátok meg* a Δ távolság értékeinek intervallumát, az F_2 fókuszponttól jobbra, illetve balra, ha Δ a C pont F_2 fókuszponttól mért távolsága egy tetszőleges pillanatban, miközben a Hold középpontja a földközelpontból (perigeum) a földtávolpontba (apogeum) jut. Elemezzétek az intervallumok szimmetriáját az F_2 fókuszponthoz viszonyítva, és értelmezzétek az eredményt.

b) *Határozzátok meg* az ellipszisen a Hold középpontjának azt az L_0 helyzetét, ahol a referenciatengely az ellipszis nagytengelyét az F_2 fókuszpontban metszi.

Ismertek:

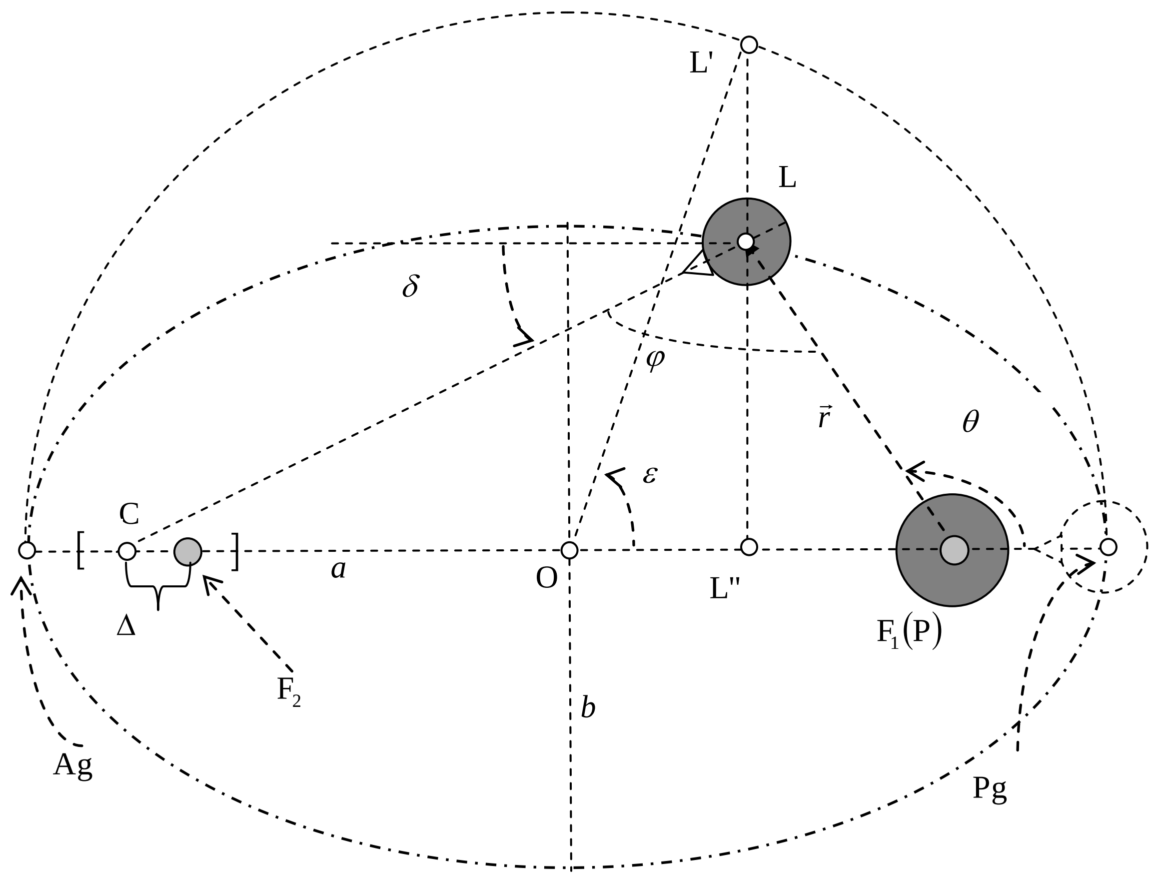
1) Az ábrának megfelelően a θ és ε szögek közt igaz a következő összefüggés:
$\cos\theta = \dfrac{\cos\varepsilon - e}{1 - e\cos\varepsilon}$, ahol $e = \sqrt{1 - b^2/a^2}$ az ellipszis excentricitása.

2) A Hold középpontjának a vezérsugara által súrolt terület, miközben a Hold középpontja L-be ér: $S = \dfrac{ab}{2}(\varepsilon - e\sin\varepsilon)$, ahol a és b az ellipszis két féltengelye.

3) Az ellipszis fél nagytengelye $a = 384400$ km.

4) Mivel az ellipszis numerikus excentricitása nagyon kicsi, $e \approx 0{,}0549$, használjátok a következő közelítést: $f(e) = \sin\varepsilon\sqrt{1-e^2}\cot(\varepsilon - e\sin\varepsilon) - e - \cos\varepsilon \approx \dfrac{\cos\varepsilon}{2}e^2 - \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{2} - 2\cos^2\varepsilon\right)e^3$.

Prof. dr. Mihail Sandu
Călimăneşti



L'
L
δ
φ
r
θ
ε
C
a
O
L"
Δ
F1(P)
F2
b
Ag
Pg