Paramágneses anyagok tulajdonságai

Egy i áramerősségű elektromos árammal átjárt r sugarú körvezető $\vec{\mu}$ *mágneses dipólus nyomatékának modulusa* $|\vec{\mu}| = \pi \cdot r^2 \cdot i$. *A mágneses dipólus nyomaték vektor merőleges a körvezető síkjára, a vektor irányítását a jobbcsavar szabály adja meg. Ha egy mágneses dipólus* $\vec{H}$ *intenzitású mágneses térben található, akkor a rendszer energiája* $E_m = -\vec{\mu} \cdot \vec{H}$. *(általános esetben* θ *a* $\vec{H}$ *és* $\vec{\mu}$ *vektorok által bezárt szög).*

1. Feltételezve az atom bolygómodelljét, határozd meg a körpályán mozgó elektron $\vec{L}$ orbitális impulzusmomentum vektora és $\vec{\mu}$ mágneses dipólus nyomaték vektora közti összefüggést. Mivel az elektron töltése negatív, a mágneses momentum vektorának iránya megegyezik az impulzusmomentum vektor irányával, irányításaik meg ellentétesek.

A Bohr-Sommerfeld féle atommodellben az elektronok állapotát a kvantumszámok határozzák meg: n- főkvantumszám, l- mellékkvantumszám (pályakvantumszám), m- mágneses kvantumszám, s- spinkvantumszám. Az első három kvantumszám csak egész szám lehet. Az n nullától különböző természetes szám. Az elektron impulzusmomentuma csak az $|\vec{L}| = \sqrt{l \cdot (l+1)} \cdot \hbar$ *összefüggés által meghatározott értékeket veheti fel, ahol* $l = 1, 2, \ldots, (n-1)$; *a mágneses kvantumszám az impulzusmomentum vektortetszőleges Oz tengelyre eső vetületének lehetséges* L_z *értékeit adja meg, az* $L_z = m \cdot \hbar$ *összefüggésnek megfelelően, ahol m lehetséges értékei:* $m = -l, -l+1, \ldots 0, 1, 2, \ldots, (l-1), l$.

2. Határozd meg, egy $\vec{H}$ intenzitású mágneses térben található atomra, a Bohr-Sommerfeld féle modellt alkalmazva, az impulzusmomentum vektor és a $\vec{H}$ és a mágneses térerősség vektor által bezárt θ_m szög lehetséges értékeit, ha a mellékvantumszám *l*.

A Boltzmann féle eloszlási törvény egy törvény, ami megadja egy több lehetséges állapotú rendszer egy bizonyos állapotának megvalósulási valószínűségét. Adott egy N részecskéből álló termodinamikai egyensúlyban található rendszer, i lehetséges állapottal. Az adott állapotnak megfelelő energia E_i. *Egy bizonyos k állapotban található részecskék* N_k *számát a következő összefüggés adja meg:* $N_k / N = \exp(-E_k / k_B T) / Z(T)$, *ahol* $Z(T) = \sum_{k=1}^{i} \exp(-E_k / k_B T)$, k_B *a Boltzmann állandó, T a rendszer hőmérséklete. A Boltzmann eloszlás kis részecskesűrűségű, magas hőmérsékleten található rendszerekre alkalmazható, ahol a kvantumhatások elhanyagolhatóak.*

3. Határozd meg egy olyan rendszer $\langle E \rangle$ átlagenergiáját, amely részecskéi három különböző állapot valamelyikében találhatók. Ezen állapotok energiai $E_k = k \cdot \delta_1 \cdot k_B \cdot T$, ahol $\delta_1 > 0$, értéke ismert, a *k* lehetséges értékei pedig $k = 1, 2, 3$. A rendszer hőegyensúlyban van, *T* hőmérsékleten.

A paramágnesség a mágnesség egy formája, amit bizonyos anyagok mutatnak akkor, ha külső mágneses térben vannak. A külső mágneses tér által gerjesztett mágneses momentum egyenesen arányos a külső mágneses térerősséggel és értéke általában kicsi. A paramágneses anyagok mágneses permeabilitása az egységnél nagyobb.

Feltételezz egy N számú azonos atomból álló rendszert; az atomok egymással nincsenek kölcsönhatásban. Az atomok elektronjai az orbitális impulzusmomentumuk mellett rendelkeznek egy úgynevezett spin momentummal is; A spin-pálya kölcsönhatás miatt az elektront a $\vec{J}$ teljes impulzusmomentummal kell jellemezni. A teljes impulzusmomentum modulusa $\left|\vec{J}\right| = j \cdot \hbar$, ahol j egész vagy félszám.

Az említett rendszer termodinamikai egyensúlyban van T hőmérsékleten, H intenzitású homogén mágneses térben. A mágneses térerősség vektor iránya megegyezik a az Oz tengely irányával. Mindenegyes atom $\vec{\mu}$ mágneses dipólusmomentuma arányos a teljes impulzusmomentummal, kifejezése $\vec{\mu} = \left(e/\left(2m^*\right)\right) \cdot g \cdot \vec{J}$; a kifejezésben a g az úgynevezett girommágneses faktor, ami az atom típusára jellemző. Ebben az esetben a mágneses kvantumszám a teljes impulzusmomentum Oz tengelyre eső vetületének lehetséges J_z értékeit adja meg, $J_z = m \cdot \hbar$ ahol $-j \le m \le j$.

Egy rendszer M mágnesezettsége a rendszert alkotó részecskék mágneses momentumai vetületeinek összege. (az átlagértékek összege).

A feladat következő pontjainak a megoldásához feltételezd, hogy a rendszer eléggé ritka ahhoz, hogy a mágneses térerősség mindenegyes atom szintjén egyenlő a külső $\vec{H}$ mágneses térerősséggel.

4. Írd le, a rendszer egy atomjára, a μ mennyiségnek a lehetséges értékeit megadó kifejezést, (ahol a μ a mágneses dipolusmomentum vektornak a külső mágneses térerősség vektor irányába vett vetületének nagysága), valamint a mágneses térben található atom mágneses dipolusmomentumának vetületeihez hozzárendelhető energia kifejezését mindenegyes lehetséges állapotra.
5. Határozd meg a μ mágneses dipolusmomentum vektornak a külső mágneses térerősség vektor irányába vett vetületének $\langle\mu\rangle$ átlagértékét a feltételezett rendszerre. Számitsd ki a dipolusmomentum vektor vetületének középértékét, ha $J = (1/2)\hbar$ és $J = \hbar$.
6. Határozd meg a rendszer mágnesezettségét a $H \to \infty$ és a $H \to 0$ és tárgyald az eredményeket.
7. Az egy részecskére eső fajhő (η) egyenlő az egy részecskére jutó átlagenergiájának és a rendszer hőmérsékletének arányával. Bizonyítsd be, hogy egy véges, n számú E_n energiaértékkel jellemzett rendszer esetén a részecskére eső fajhő kifejezése $\eta = \sigma^2 / \left(k_B \cdot T^2\right)$, abban az esetben, ha $E_n << k_B \cdot T$, n bármely értékére. A kifejezésben $\sigma^2 = \left\langle E^2 \right\rangle - \left\langle E \right\rangle^2$ a spektrális variancia.
8. Használd fel a 4. és 7. pontokban kapott eredményeket az egy részecskére eső fajhő meghatározására egy paramágneses anyag esetén.

Ismertek: az elektron e töltése és m^* tömege, a Planck állandó, h, a Bohr-Procopiu magneton, $\mu_B = e\hbar/\left(2m^*\right)$, a Boltzmann állandó, k_B.Ha hasznosnak ítéled, használhatod a következő összefüggéseket:

$$q + q^2 + \ldots + q^n = q \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$$

$$1 \cdot q + 2 \cdot q^2 + \ldots + n \cdot q^n = q \cdot \frac{1-(n+1) \cdot q^n + q^{n+1}}{(1-q)^2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$

$$ctgh(x) \cong \frac{1}{x} - \frac{x}{3} \quad ,ha|x| << 1$$