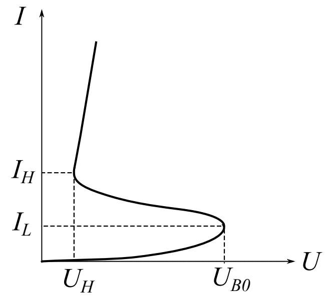
Román-Magyar Előolimpiai Fizikaverseny

2012. május 16.

1. feladat. Elektromosságtani feladatcsokor

Ez a feladat három, egymástól független részből áll.

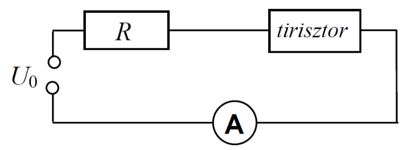
1/A) Tirisztor. A tirisztor egy félvezetőből készült, sokoldalúan használható áramköri elem, amelynek három kivezetése van. A gate (kapu) nevű kimenetére kapcsolt feszültséggel szabályozható a tirisztor viselkedése. Azonban, ha a gate-re nem kapcsolunk feszültséget és csak a másik két kivezetést használjuk, a tirisztor akkor is érdekesen viselkedik: különös áram-feszültség karakterisztikája van (lásd a jobb oldali *ábrát* és a válaszlapot).



A tirisztort egy R ellenállással sorba kötve feszültségforrásra kapcsoljuk az alsó *ábrán* látható módon, és az U_0 feszültséget zérusról lassan $U_{\max}$-ig növeljük, majd – szintén lassan – lecsökkentjük 0-ra. Ábrázoljuk az áramerősséget az U_0 feszültség függvényében, ha

a) $R = 2\frac{U_H}{I_H}$ és $U_{\max} = 7U_H$,

b) $R = 20\frac{U_H}{I_H}$ és $U_{\max} = 30U_H$!

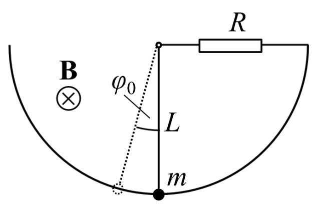


(50 pont)

1/B) Egymást vonzó pálcák. Vákuumban két hosszú, párhuzamos, vékony, R sugarú henger alakú, egyenes pálca helyezkedik el egymástól $d(\gg R)$ távolságra: az egyik szigetelő, a másik vezető. A szigetelő pálca egyenletesen töltött, egységnyi hosszra eső töltése (azaz lineáris töltéssűrűsége) λ, a vezető pálca töltetlen. Mekkora a pálcák egységnyi hosszára ható elektromos vonzóerő?

(50 pont)

1/C) Mágneses inga. Egy l hosszúságú súlytalan, vezető rúdból és egy m tömegű kis testből matematikai ingát készítünk. Az ingatest egy súrlódásmentes csúszóérintkezővel függőleges síkú, vezető félkörhöz csatlakozik. A félkör és az inga rúdja (amelyek ellenállása elhanyagolható) egy R ellenállással sorosan kötve zárt elektromos áramkört alkot. Az ingát homogén, vízszintes irányú, a lengési síkra merőleges, B indukciójú mágneses térben kicsiny φ_0 szöggel kitérítjük, majd elengedjük. (Az önindukció elhanyagolható.)



a) Adjuk meg az ingatest mozgását leíró differenciálegyenletet!

b) A paraméterek függvényében adjuk meg, hányszor halad át az inga a függőleges helyzeten!

c) Abban az esetben, ha végtelen sokszor halad át az inga a függőleges helyzeten, mennyi idő alatt csökken a mozgás amplitúdója a kezdeti érték felére?

(30+10+10 pont)

2. feladat. Felhőbe burkolózó hegygerinc

Ismeretes, hogy a p légköri nyomás és a levegő T hőmérséklete a tengerszinttől mért h magassággal felfelé haladva egyre csökken. Emiatt, ha egy hegycsúcs felé levegő áramlik, és az a hegy oldalán felemelkedik, lehűl. A hőmérsékletcsökkenés következtében a légtömeg túltelítetté válik, a felesleges víz pedig pára formájában válik ki: így keletkezik a magas hegycsúcsok és hegygerincek körül gyakran látható felhő. Ebben a feladatban a felhőképződés egy egyszerű modelljéről lesz szó.

2.a) Ha a légkör egy adott h magasságban lévő pontjából kicsiny Δh értékkel magasabbra megyünk, a nyomás Δp értékkel változik. Adjuk meg a $\Delta p/\Delta h$ hányadost a légkör h magasságban mérhető $\varrho(h)$ sűrűségével és a g nehézségi gyorsulással kifejezve! *(5 pont)*

2.b) Ahhoz, hogy a levegő nyomását ki tudjuk számítani a magasság függvényében, ismernünk kell a légkör $T(h)$ hőmérsékleteloszlását. Ennek meghatározásához képzeljük el a következő gondolatkísérletet! Az egyensúlyban lévő levegő egy h magasságban lévő, kis térfogatú darabkája *hirtelen* $h + \Delta h$ magasságba emelkedik. Ha a felemelkedés során a gázdarab T' végső hőmérséklete nagyobb a környező levegő $T(h + \Delta h)$ hőmérsékleténél, akkor a gáztömeg tovább emelkedik felfelé és a légkör instabillá válik.

Határozzuk meg, milyen kritikus $\Delta T/\Delta h$ ütemben változhat a hőmérséklet a magassággal, hogy a légkör stabil egyensúlyban maradjon! (A levegő átlagos moláris tömege M, szabadsági fokainak számát vegyük $f = 5$-nek.) *(20 pont)*

2.c) Határozzuk meg numerikusan is a hőmérséklet $\Delta T/\Delta h$ kritikus változási ütemét (azaz a hőmérsékletgradienst)! Adatok: $M = 29{,}0\ \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$, az univerzális gázállandó pedig $R = 8{,}314\ \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$. *(5 pont)*

A tapasztalat szerint a légkörben a hőmérsékletgradiens mindig a kritikus értékkel egyenlő, ezért a további számolásokban használjuk ezt az egyszerűsítést!

2.d) Az eddigi eredmények alapján határozzuk meg, hogyan függ a levegő p nyomása a hegy lábától mért h magasságtól, ha ismert, hogy a hegy lábánál a nyomás p_0, a hőmérséklet pedig $T_0 = 300$ K! Mekkora magasságban lesz a légnyomás a tengerszinten mérhető nyomás fele? *(20+5 pont)*

2.e) A levegőben található vízgőz p^* telítési nyomását jó közelítéssel a *Clausius-Clapeyron-egyenlet* írja le, mely szerint

$$p^*(T) = p_\tau \mathrm{e}^{\frac{LM_v}{R}\left(\frac{1}{\tau}-\frac{1}{T}\right)},$$

ahol τ és p_τ a gőznyomás-hőmérséklet-görbe tetszőleges pontjához tartozó adatok, például $\tau = 373$ K, $p_\tau = 101{,}3$ kPa, L a párolgáshő (vízre 2260 kJ/kg), M_v pedig a víz moláris tömege.

Tegyük fel, hogy a hegy lábától induló, $T_0 = 300$ K hőmérsékletű levegő ϱ_v=10 g/m^3 vízgőzt tartalmaz. A szél miatt a hegy oldalán felfutó levegő lehűlése következtében a vízgőz egy bizonyos H magasságban telítetté válik és felhő keletkezik. Írjunk föl egy egyenletet a hegygerincet beborító felhő alsó szélének H magasságára! *(30 pont)*

2.f) Határozzuk meg H értékét 100 méteres pontossággal! *(15 pont)*

3. feladat. Súrlódó talajon mozgó henger

Egy $2r$ magasságú, tömör egyenes henger alapja r sugarú kör. Egy kemény, de rugalmas anyagú vízszintes asztal egyik fele csúszós, a másik pedig érdes, itt μ a súrlódási együttható. A két részt egyenes vonal választja el egymástól. A hengert véglapjával az asztal csúszós felére helyezzük, majd elindítjuk az elválasztó vonalra merőleges irányban.

Mi történik közvetlenül azután, hogy a henger elérte a választóvonalat, ha

a) $\mu = 0{,}5$,

b) $\mu = 1{,}5$,

c) $\mu = 2{,}5$?

Útmutatás:

- Vizsgáljuk meg, hogy a határvonal elérésekor a henger felborul-e, felborulhat-e!
- Az m tömegű, r sugarú, $2r$ magasságú henger tehetetlenségi nyomatéka vízszintes súlyponti tengelyre vonatkoztatva $7mr^2/12$.

(100 pont)